

CIRCUITI MAGNETICI

1. Introduzione

Si definisce **circuito magnetico** un insieme di linee di forza avente percorso confinato all'interno di un materiale ferromagnetico (cioè con alta permeabilità relativa), detto **nucleo magnetico**.

Nella figura 1 è indicato un esempio di circuito magnetico a sezione rettangolare; si può osservare che, così come una corrente elettrica (flusso di elettroni) segue l'andamento del circuito elettrico attraverso il quale fluisce, le linee di forza magnetiche seguono il percorso determinato dalla forma del nucleo magnetico (da tale analogia deriva la denominazione "circuito magnetico").

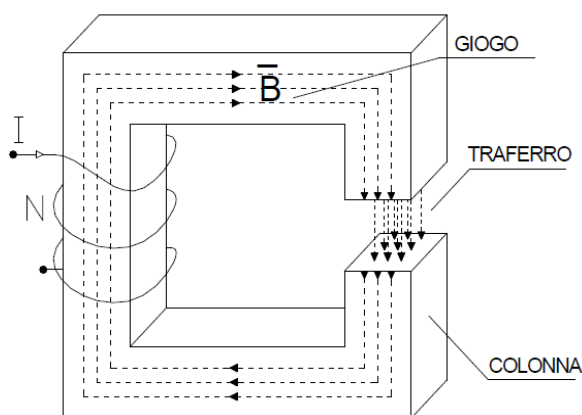


Figura 1 – Circuito magnetico a sezione rettangolare

Dalla figura 1 si evince che il nucleo magnetico può avere tratti in aria, denominati **traferro**. È da osservare che nella realtà il circuito magnetico presenta alcune linee di forza magnetiche che fuoriescono dal nucleo e si chiudono nel mezzo circostante (linee di forza disperse), come indicato nella figura 2: l'insieme di tali linee prende il nome di **flusso disperso**, il quale è tanto minore quanto più è elevata la permeabilità del circuito magnetico rispetto a quella del mezzo circostante.

È da osservare che la funzione di un circuito magnetico è quella di creare un percorso chiuso di facile attraversamento per le linee di forza di un campo magnetico generato da un circuito elettrico, in genere formato da un certo numero di spire che si concatenano con le linee di forza stesse.

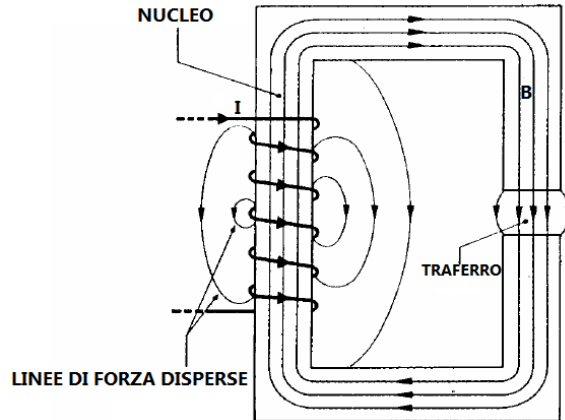


Figura 2 – Linee di forza disperse

2. Legge di Hopkinson

Si consideri il circuito magnetico di figura 3, formato da quattro tronchi rettilinei, aventi sezione e permeabilità costante, nel quale l_1 , S_1 e μ_1 rappresentano, rispettivamente, la lunghezza, la sezione retta e la permeabilità magnetica assorbita dal tronco 1 e analogamente per gli altri tronchi.

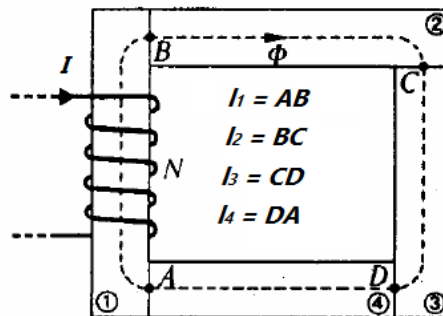


Figura 3 - Circuito magnetico costituito da quattro tronchi rettilinei, aventi sezione e permeabilità costante

Indicando con Φ il flusso di induzione confinato all'interno del circuito magnetico con assenza di flusso disperso, con S_1, S_2, S_3, S_4 le sezioni dei tronchi e con $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ le permeabilità magnetiche, si ha:

$$B_1 = \Phi/S_1 \quad B_2 = \Phi/S_2 \quad B_3 = \Phi/S_3 \quad B_4 = \Phi/S_4 \quad (1)$$

dove le varie B sono le intensità delle induzioni assunte dal materiale nei vari tronchi.

Essendo inoltre :

$$B_1 = \mu_1 H_1 \quad B_2 = \mu_2 H_2 \quad B_3 = \mu_3 H_3 \quad B_4 = \mu_4 H_4 \quad (2)$$

risulta:

$$H_1 = \frac{\Phi}{\mu_1 S_1} \quad H_2 = \frac{\Phi}{\mu_2 S_2} \quad H_3 = \frac{\Phi}{\mu_3 S_3} \quad H_4 = \frac{\Phi}{\mu_4 S_4} \quad (3)$$

Moltiplicando ambo i membri di ciascun termine per la lunghezza dei rispettivi tronchi indicati nella figura 1, si ha:

$$H_1 l_1 = \frac{\Phi l_1}{\mu_1 S_1} \quad H_2 l_2 = \frac{\Phi l_2}{\mu_2 S_2} \quad H_3 l_3 = \frac{\Phi l_3}{\mu_3 S_3} \quad H_4 l_4 = \frac{\Phi l_4}{\mu_4 S_4} \quad (4)$$

Sommando membro a membro le (4) si ottiene:

$$H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_4 l_4 = \left(\frac{l_1}{\mu_1 S_1} + \frac{l_2}{\mu_2 S_2} + \frac{l_3}{\mu_3 S_3} + \frac{l_4}{\mu_4 S_4} \right) \Phi \quad (5)$$

Ricordando che il campo magnetico generato da un solenoide vale:

$$H = \frac{NI}{l} \Rightarrow Hl = NI \quad (6)$$

il termine $NI = Hl$ è detto **tensione magnetica** o forza **magnetomotrice** (f.m.m.) del solenoide.

Il concetto di tensione magnetica è valido quando il flusso magnetico si sviluppa sia in un mezzo omogeneo (con permeabilità magnetica μ) sia in un mezzo eterogeneo come quello di figura 3, nella quale ciascun tronco ha una propria permeabilità μ_i .

In quest'ultimo caso la somma delle forze magnetomotrici dei singoli tronchi del circuito è uguale alla forza magnetomotrice NI generata dal solenoide, cioè:

$$NI = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_4 l_4 \quad (7)$$

e quindi la (5) diventa:

$$NI = \left(\frac{l_1}{\mu_1 S_1} + \frac{l_2}{\mu_2 S_2} + \frac{l_3}{\mu_3 S_3} + \frac{l_4}{\mu_4 S_4} \right) \Phi \quad (8)$$

$l/\mu S$ ricorda l'espressione della resistenza elettrica di un conduttore a sezione costante S e lunghezza l ($R = l/\gamma S$, dove γ è la conducibilità): per tale motivo sono denominati resistenza magnetica o **riluttanza** ($\mathfrak{R}$) del tronco considerato, la quale si misura in H^{-1} . Indicando pertanto con:

$$\mathfrak{R}_1 = \frac{l_1}{\mu_1 S_1} \quad \mathfrak{R}_2 = \frac{l_2}{\mu_2 S_2} \quad \mathfrak{R}_3 = \frac{l_3}{\mu_3 S_3} \quad \mathfrak{R}_4 = \frac{l_4}{\mu_4 S_4} \quad (9)$$

le riluttanze dei singoli tronchi del circuito magnetico, la (8) diventa:

$$NI = (\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 + \mathfrak{R}_3 + \mathfrak{R}_4) \Phi \quad (10)$$

La somma $\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 + \mathfrak{R}_3 + \mathfrak{R}_4$ costituisce la riluttanza totale $\mathfrak{R}_t$ del circuito, cioè:

$$\mathfrak{R}_t = \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 + \mathfrak{R}_3 + \mathfrak{R}_4 \quad (11)$$

la (10) diventa allora:

$$NI = \mathfrak{R}_t \Phi \quad (12)$$

La (10) costituisce la **legge di Hopkinson** o **legge di Ohm magnetica**, la quale è alla base del calcolo dei circuiti magnetici con più tronchi in serie che realizzano un unico circuito.

Si può osservare che la legge di Hopkinson è formalmente identica alla legge di Ohm per i circuiti elettrici (figura 4), in cui:

- la f.m.m. (NI) corrisponde alla f.e.m.;
- il flusso magnetico (Φ) corrisponde alla corrente (I);
- la riluttanza ($\mathfrak{R}$) corrisponde alla resistenza R .
-

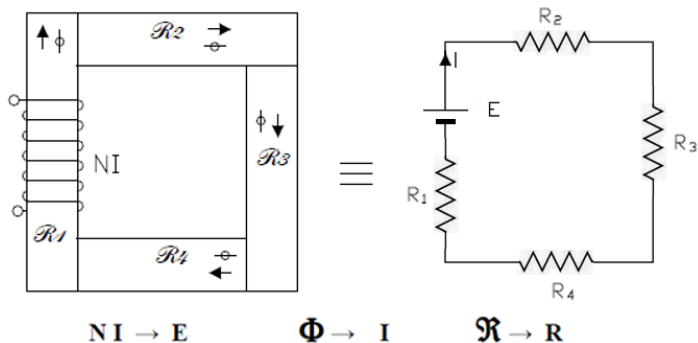


Figura 4 – Equivalenza di un circuito magnetico con un circuito elettrico

3 Principi di Kirchhoff magnetici

Per i circuiti magnetici complessi, formati da più tronchi in parallelo, sono validi gli stessi principi delle reti elettriche, come di seguito indicato.

- **Primo principio** - Per ogni porzione di spazio nella quale convergono e divergono più flussi magnetici, la somma dei flussi entranti è uguale alla somma dei flussi uscenti, considerando positivi quelli che entrano e negativi quelli che escono, e quindi si ha:

$$\sum \Phi = 0 \quad (13)$$

Ad esempio, nel circuito magnetico di figura 5, si ha:

$$-\Phi_A + \Phi_B - \Phi_C = 0 \quad (14)$$

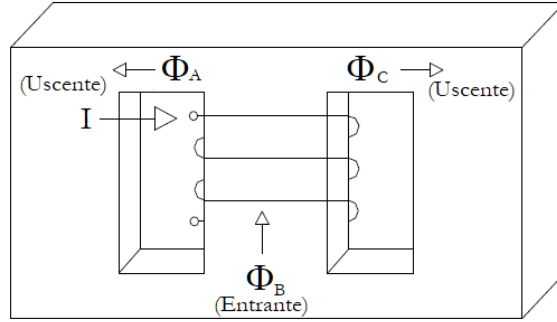


Figura 5 – Applicazione del primo principio di Kirchhoff

- **Secondo principio** - Per ogni circuito chiuso con più f.m.m. la loro somma algebrica ($\sum NI$) è uguale alla somma di tutte le cadute di tensioni magnetiche ($\mathcal{R}\Phi$) dei tronchi che formano il circuito chiuso (eventualmente con i traferri), e pertanto risulta:

$$\sum NI = \sum \mathcal{R}\Phi \quad (15)$$

Ad esempio, per il circuito magnetico chiuso ABCDA di figura 6, vale l'equazione:

$$N_1 I_1 - N_7 I_7 = \frac{l_1}{\mu_1 S_1} \Phi_1 + \frac{l_2}{\mu_2 S_2} \Phi_1 - \frac{l_7}{\mu_7 S_7} \Phi_7 + \frac{l_6}{\mu_6 S_6} \Phi_1 \quad (16)$$

nella quale:

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_6 \quad \text{e} \quad \Phi_3 = \Phi_4 = \Phi_5 \quad (17)$$

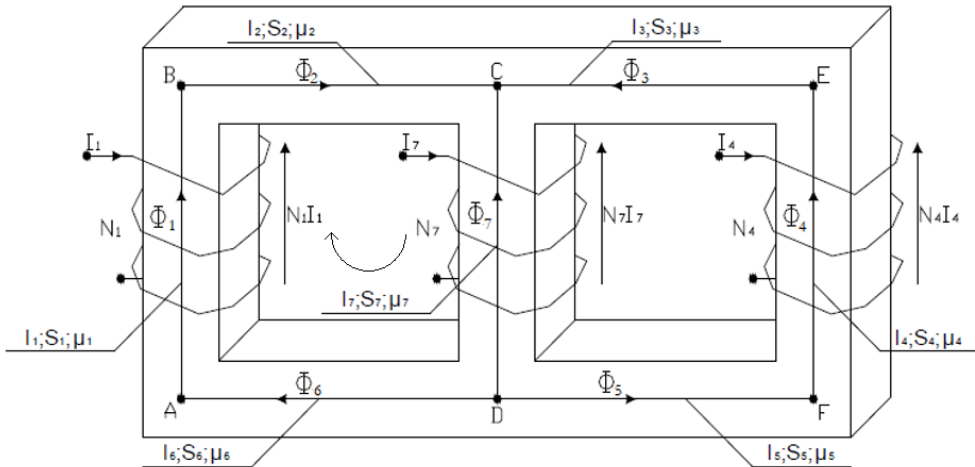


Figura 6 – Applicazione del secondo principio di Kirchhoff

È importante osservare che per scrivere la (16) occorre stabilire il verso di percorrenza del circuito chiuso ABCDA (nell'esempio di figura 6 è orario), conoscere i versi dei flussi magnetici e i segni delle f.m.m.

Nel caso i versi dei flussi non siano noti possono essere definiti arbitrariamente e considerare positive le f.m.m. che hanno azioni concordi col verso di percorrenza stabilito, negative le altre.

Si ricorda infine che la legge di Hopkinson ed i principi di Kirchhoff magnetici consentono di risolvere circuiti molto complessi.

Esempio 1

Determinare il valore dell'induzione magnetica nei quattro tronchi del circuito magnetico di figura 7, sapendo che il solenoide, formato da $N = 3000$ spire, è percorso da una corrente $I = 50 \text{ mA}$ e che la permeabilità relativa del nucleo è costante e vale 1000.

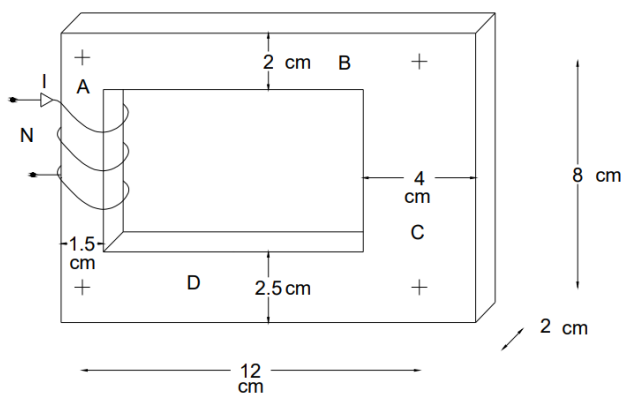


Figura 7 – Circuito magnetico

Soluzione

Il flusso magnetico può essere calcolato con la legge di Hopkinson, determinando prima le riluttanze dei quattro tronchi:

$$\mathcal{R}_C = \frac{l_C}{\mu S_C} = \frac{8 \times 10^{-2}}{1,256 \times 10^{-3} \times 8 \times 10^{-4}} = 79,6 \times 10^3 \text{ H}^{-1}$$

$$\mathcal{R}_A = \frac{l_A}{\mu_r \mu_0 S_A} = \frac{8 \times 10^{-2}}{1,256 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^{-4}} = 212 \times 10^3 \text{ H}^{-1}$$

$$\mathcal{R}_D = \frac{l_D}{\mu S_D} = \frac{12 \times 10^{-2}}{1,256 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{-4}} = 191 \times 10^3 \text{ H}^{-1}$$

Nella figura 8 è indicato il circuito equivalente elettrico di quello magnetico di figura 7.

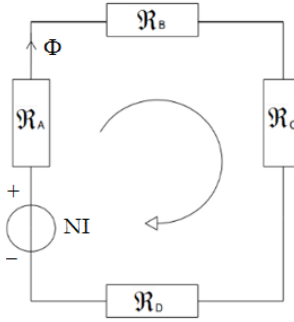


Figura 8 – Circuito equivalente elettrico di quello di figura 7

Applicando la legge di Hopkinson al circuito di figura 8 di ha:

$$N \times I = \Phi \times \mathfrak{R}_t$$

dove:

$$\mathfrak{R}_t = \mathfrak{R}_A + \mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_C + \mathfrak{R}_D$$

Si ha pertanto:

$$NI = (\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 + \mathfrak{R}_3 + \mathfrak{R}_4) \Phi$$

dalla quale si ottiene:

$$\Phi = \frac{NI}{\mathfrak{R}_A + \mathfrak{R}_B + \mathfrak{R}_C + \mathfrak{R}_D} = \frac{3000 \times 50 \times 10^{-3}}{(212 + 239 + 79,6 + 191)10^3} = 0,207 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

Noto il flusso Φ è possibile calcolare l'induzione magnetica nei vari tronchi:

$$B_A = \frac{\phi}{S_A} = \frac{0,207 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{-4}} = 0,690 \text{ Tesla } \left(\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \right)$$

$$B_B = \frac{\phi}{S_B} = \frac{0,207 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-4}} = 0,518 \text{ Tesla } \left(\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \right)$$

$$B_C = \frac{\phi}{S_C} = \frac{0,207 \times 10^{-3}}{8 \times 10^{-4}} = 0,259 \text{ Tesla } \left(\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \right)$$

$$B_D = \frac{\phi}{S_D} = \frac{0,207 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-4}} = 0,414 \text{ Tesla } \left(\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \right)$$